**BAB III**

**ARITMATIKA BINER**

1. **Penjumlahan Bilangan Biner**

Penjumlahan Biner serupa dengan penjumlahan pada bilangan desimal. Dua bilangan yang akan dijumlahkan disusun secara vertikal dan digit-digit yang mempunyai signifikasi sama ditempatkan pada kolom yang sama. Digitdigit ini kemudian dijumlahkan dan jika dijumlahkan lebih besar dari bilangan basisnya (10 untuk desimal dan 2 untuk biner), maka ada bilangan yang disimpan. Bilangan yang disimpan ini kemudian dijumlahkan dengan digit disebelah kirinya, dan seterusnya. Dalam penjumlahan biner, pinyimpanan aka terjadi jika jumlah dari dua digit yang dijumlahkan adalah 2.

Operasi ilmu hitung dengan bilangan biner juga mengikuti aturan yang berlaku untuk bilangan desimal, bahkan lebih sederhana karena angka-angkanya yang terlibat hanyalah 0 dan 1. Untuk mendapatkan aturan penambahan dalam bilangan biner perlu dibahas empat kasus sederhana berikut:

1. Bila kosong ditambah dengan kosong, Hasilnya adalah kosong. Perwakilan biner dalam hal ini adalah 0 + 0 =0.
2. Bila kosong ditambah dengan 1 maka hasilnya adalah 1. Dengan bilangan biner dapat dituliskan sebagai 0 + 1 =1.
3. Bila 1 ditambah dengan kosong, hasilnya 1. Setara biner untuk ini adalah 1 + 0 = 1.
4. Bila 1 ditambah dengan 1, Hasilnya adalah 2. Dengan menggunakan bilangan biner, hal itu diwakili oleh 1 + 1 = 10.

Jadi keempat kasus di atas dapat disimpulkan sebagai

berikut:

0 + 0 = 0

0 + 1 = 1

1 + 0 = 1

1 + 1 = 10 (0 dengan simpanan 1)

untuk menjumlahkan bilangan yang lebih besar, simpanan untuk kolom dengan urutan yang lebih tinggi dilakukan seperti hanya dengan bilangan desimal biasa.

Contoh

Jumlahkanlah bilangan biner 101 dengan 110.

Jawab 101

110 +

1011

Kolom pertama : 0 + 0 = 0

Kolom kedua : 0 + 1 = 1

Kolom ketiga : 1 + 0 =1

Kolom keempat : 1 + 1 = 10 (0 dengan simpanan 1)

1. **Pengurangan Bilangan Biner**

Pada bagian ini hanya akan ditinjau pengurangan bilangan biner yang memberikan hasil positif. Dalam hal ini, metode yang digunakan adalah sama dengan metode yang digunakan untuk pengurangan pada bilangan desimal. Dlam pengurangan bilangan biner jika perlu dipinjam 1 dari kolom disebelah kirinya, yaitu kolom yang mempunyai derajat lebih tinggi.

Untuk mengurangkan bilangan biner, ditinjau terlebih dahulu empat kasus berikut:

0 – 0 = 0

1 – 0 = 1

1 – 1 = 0

0 – 1 = 1

Hasil terakhir itu mewakili 2 – 1 = 1. Dalam operasi pengurangan tersebut, seperti halnya dengan pengurangan bilangan desimal, dilakukan kolom demi kolom. Bila perlu dilakukan Peminjaman dari kolom dengan urutan yang lebih tinggi.

Contoh

Hitunglah 110 dikurangi dengan 101.

Jawab

110

101 -

001

Kolom pertama : 10 – 1 = 1 (setelah meminjam)

Kolom kedua : 0 – 0 = 0 (setelah dipinjamkan)

Kolom ketiga : 1 – 1 = 0

1. **Perkalian Biner**

Perkalian pada bilangan biner mempunyai aturan sebagai berikut :

0 x 0 = 0

0 x 1 = 0

1 x 0 = 0

1 x 1 = 1

Perkalian bilangan biner dapat dilakukan seperti pada perkalian bilangan desimal. Sebagai contoh, untuk mengalikan 11102 = 1410 dengan 11012 = 1310 langkah-langkah yang harus ditempuh adalah

Biner Desimal

1 1 1 0 1 4

1 1 0 1 1 3

--------x ----x

1 1 1 0 4 2

0 0 0 0 1 4

1 1 1 0

1 1 1 0

---------------+ -------+

1 0 1 1 0 1 1 0 18 2

Perkalian juga bisa dilakukan dengan menambahkan bilangan yang dikalikan ke bilangan itu sendiri sebanyak bilangan pengali. Contoh di atas, hasilnya akan sam dengan jika kita menambahkan 1112 ke bilangan itu sendiri sebanyak 1101 atau 13 kali.

1. **Pembagian Biner**

Pembagian pada sistem bilangan biner dapat dilakukan sama seperti contoh pembagian sistem bilangan desimal. Sebagai contoh, untuk membagi 110011 (disebut bilangan yang dibagi) dengan 1001 (disebut pembagi), langkah-langkah berikut yang perlu dilakukan.

Hasil 1 0 1

----------------

1 0 0 1 / 1 1 0 0 1 1

/ 1 0 0 1

------------------

0 0 1 1 1 1

1 0 0 1

------------

sisa 1 1 0

Sehingga hasilnya adalah 1012, dan sisa pembagian adalah 1102. Pembagian bisa juga dilakukan dengan cara menjumlahkan secara berulang kali dengan bilangan pembagi dengan bilangan itu sendiri sampai jumlahnya sama dengan bilangan yang dibagi atau setelah sisa pembagian yang diperoleh lebih kecil dari bilangan pembagi.

1. **Komplemen R**

Dalam sistem digital, komplemen digunakan untuk memudahkan operasi pengurangan dan untuk manipulasi logika. Ada dua macam komplemen untuk setiap sistem bilangan dengan radiks R: komplemen-R dan komplemen-(R-1). Bila nilai radiks itu diberikan, kedua jenis komplemen itu mempunyai nama yang sesuai dengan nilai Hasilnya; komplemen-10 dan komplemen-9 untuk bilangan desimal, komplemen-1 dan komplemen-0 untuk sistem biner.

Komplemen-R untuk suatu bilangan nyata positif-N dengan radiks R dan bagian bulatnya terdiri atas n angka, didefinisikan sebagai

Rn – N untuk N ≠1

0 untuk N = 0

komplemen-10 untuk 4321010 adalah 105 – 43210 = 56790 karena banyaknya angka tersebut adalah n = 5.

Komplemen-10 untuk 0.09810 adalah 100 – 0.098 = 0.902.

Dalam hal ini bilangan itu tidak mempunyai bilangan bulat sehingga n = 0.

Komplemen-10 untuk 765.4310 adalah 103 – 765.43 = 234.57

Komplemen-2 untuk 11001102 adalah 2107 – 11001102 =100000002 – 11001102 = 00110102.

Komplemen-2 untuk 0.10102 adalah 1 – 0.10102 = 0.01102.

Dari definisi dan uraian di atas, jelas bahwa komplemen-10 untuk bilangan desimal dapat dibentuk dengan membiarkan semua 0 pada kedudukan yang terendah tidak berubah, mengurangkan semua angka apda kedudukan yang lebih tinggi lainnya dari 9. komplemen-2 dapat dibentuk dengan membiarkan semua nol pada LSB dan 1 yang pertama dari kanan tidak berubah, dan kemudian mengubah semua 1 yang lain menjadi 0 dan semua 0 yang lain menjadi 1. Komplemen-R suatu bilangan dapat diperoleh untuk setiap radiks (R lebih besar dan tidak sama dengan 1) dengan definisi yang telah diberikan itu.

Cara pengurangan langsung yang diajarkan di sekolah dasar adalah menggunakan konsep pinjaman. Dalam cara itu, bila pada salah satu kolom nilai yang dikurangi lebih besar daripada yang mengurangi, dipinjam sebuah 1 dari kolom dengan kedudukan yang lebih tinggi. Hal yang demikian itu sangat mudah bila dikerjakan di atas kertas. Bila cara pengurangan itu dilakukan dengan pertolongan rangkaian logika, cara itu ternyata kurang efisien. Metode pengurangan dengan memanfaatkan komplemen dan penjumlahan lebih sesuai untuk dikerjakan dengan rangkaian logika.

Pengurangan dua bilangan positif (M – N), dan keduanya mempunyai radiks R yang sama, dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut:

1. Tambahkan bilangan yang dikurangi, M, ke komplemen-R dari bilangan yang mengurangi, N.
2. Periksa hasil penjumlahan yang diperoleh dalam langkah 1 itu.
3. Jika Hasilnya mempunyai simpanan akhir, abaikan simpanan akhir itu.
4. Jika Hasilnya tidak mempunyai simpanan akhir, cari komplemen-R untuk bilangan yang diperoleh dalam langkah 1 dan berikan tanda negatif depannya.
5. **Komplemen R-1**

Untuk suatu bilangan positif N dengan radiks R dan bagian bulatnya terdiri dari n angka serta bagian pecahannya m angka, komplemen –(R – 1) untuk N didefinisikan sebagai

Rn – Rm – N

Komplemen-9 untuk 4321010 adalah 105 – 100 – 43210 = 99999 – 43210 = 56789. dalam hal ini bilangan tersebut tidak mempunyai bagian pecah sehingga m = 0.

Komplemen-9 untuk 0.987610 adalah 100 – 10-4 – 0.9876 = 0.9999 – 0.9876 = 0.0123. Di sini bilangan itu tidak mempunyai bagian bulat sehingga n = 0.

Komplemen-9 untuk 23.45610 adalah 102 – 10-3 – 23.456 =99.999 – 23.456 = 76.543.

Komplemen-1 untuk 1011002 adalah 2106 – 2100 – 1011002 = 1111112 – 1011002 = 0100112

Komplemen-1 untuk 0.01102 adalah 2100 – 210-3 – 0.01102 = 0.11112 – 0.01102 = 0.10012

Dari urutan di atas tampak bahwa komplemen-9 suatu bilangan desimal dapat diperoleh dengan mengurangkan semua angkanya dari 9. komplemen-1 suatu bilangan biner bahkan lebih sederhana; semua angka 1 diubah menjadi 0 dan semua 0 menjadi 1. Karena komplemen-(R – 1) itu lebih mudah untuk didapatkan, komplemen inilah yang umum dipakai. Dari definisi dan pembandingan hasil yang diperoleh dari contoh tersebut, tampak bahwa komplemen-R dapat diperoleh dari komplemen-(R – 1) setelah penambahan

R-m ke angka yang paling kurang berarti. Misalnya komplemen-2 untuk 10110100 didapatkan dari komplemen-1 sebagai 01001100. Perlu diperhatikan bahwa komplemen dari suatu komplemen akan mengembalikan bilangan itu ke nilai aslinya. Komplemen-R untuk N adalah Rn – N dan komplemen-R untuk (Rn – N) adalah Rn – (Rn – N) yang sama dengan N. hal yang sama dapat diperoleh untuk komplemen-(R – 1).